VIII. EÖTVÖS TERMÉSZETTUDOMÁNYOS TÁBOR

– NYÁRI TÁBOR KÖZÉPISKOLÁSOKNAK –

A JELENTKEZÉSHEZ KIDOLGOZANDÓ TÉMÁK

Az alábbiakban olyan biológiai, fizikai, földrajz-földtudományi, informatikai, kémiai és matematikai témákat adunk meg, amelyek feldolgozása – bár nem tartoznak a törzsanyaghoz – izgalmas kihívást és egyáltalán nem leküzdhetetlen akadályt jelentenek középiskolás diákok számára.

A jelentkezőket arra kérjük, hogy azon szekció témái közül, amelybe jelentkezni szeretnének, **egyet** kiválasztva, az írott (és esetleg az interneten fellelhető) szakirodalom alapján írjanak egy összefoglalót, amelyben megválaszolják a feltett kérdéseket. A feladatok között (szekciótól függően) szerepelnek esszé-, számítási, programozási és vegyes típusúak, ezért a *Formai és tartalmi követelmények*en kívül feltétlenül olvasd el a választott **szekcióra** és **feladatra** vonatkozó kiegészítő információkat is! Mindenkit arra buzdítunk, hogy bátran konzultáljon felkészítő tanárával, aki a szakirodalomban való tájékozódáshoz is segítséget nyújthat. Azonban a dolgozat megírásában **önálló** munkát várunk el! Olyan írásra számítunk, amelyből kiderül, hogy a szerző megértette a témakör alapjait, kérdéseit és a válaszok jelentőségét.

A feladatokkal vagy a Táborral kapcsolatban felmerülő bármilyen kérdéssel fordulj hozzánk bizalommal a termtudtabor@eotvos.elte.hu e-mail-címen! Dolgozatod a http://termtudtabor.eotvos.elte.hu honlap jelentkezési felületén töltheted fel. Jó munkát kívánnak az Eötvös József Collegium természettudományos műhelyei!

Budapest, 2019. március 31.

ÖSSZEÁLLÍTOTTÁK: **Biológia:** *Bányai Vidor, Filipszki László, Fülöp Máté, Garamszegi Péter, Imrefi Ildikó, Kékesi Attila, Kovács Gellért Gábor, Lajer Panna, Szebik Huba, Tamás Bálint, Tóth Balázs*. **Földrajz–földtudomány:** *Gyuris Ferenc, Lukács Tamás, Németi Kornél, Vácz István Dávid*. **Fizika:** *Berta Dénes, Major András, Plaszkó Noel, Vass Máté*. **Informatika:** *Luksa Norbert, Nagy Vendel*. **Kémia:** *Barabás Gergő, Csorba Benjámin, Hudáky Márton, Samu Viktor, Šiška Dávid, Telek András, Térmeg Anita*. **Matematika:** *Bondici László, Keliger Dániel, Nagy Kartal Dávid, Schefler Gergő.*

SZERKESZTETTE: *Barabás Gergő* LEKTORÁLTÁK: Az Eötvös József Collegium természettudományos műhelyei.

ELÉRHETŐSÉG: termtudtabor@eotvos.elte.hu | HONLAP: termtudtabor.eotvos.elte.hu

TARTALOM

A jelentkezéshez kidolgozandó témák 1
Formai és tartalmi követelmények 4
Stílus 4
Ábrák, táblázatok, egyenletek 4
Felhasználható források 4
Terjedelem, beküldési formátum 4
Biológia szekció 5
B-1) „Áreodinamika” 5
B-2) Növényi méretek: a moháktól a mamutfenyőkig 5
B-3) Génsebészet 5
B-4) Látható fejlődés 6
Fizika szekció 7
F-1) A **Szuper**pozíció elvének jelentősége a fizikában 7
F-2) **Szuper**nóvák 9
F-3) **Szuper**felbontású fluoreszcens mikroszkópia 10
F-4) A **szuper**folyékony hélium 11
Földrajz–Földtudomány szekció 13
FF-1) Szélsőséges időjárási helyzetek a Földön 13
FF-2) Kínai vállalatok jelenlétének hatásai Közép-Európában 13
FF-3) Mennyire megújuló a megújuló energiaforrás? 13
FF-4) A Brit Birodalom geopolitikai céljai a közel-keleti Nagy Játszma során 14
Informatika szekció 15
I-1) IoT 15
I-2) Edsger Wybe Dijkstra 15
I-3) Aknakereső 16
I-4) Sejtautomata 16

Kémia szekció 18
K-1) Átalakulóművészek újratöltve 18
K-2) Természetes változatok 19
K-3) A biológiai vonulatra nem utaló, a kolloid szót tartalmazó, nagyon frappáns cím, avagy arany csomagolás nano kivitelben 19
K-4) Barangolás egy magányos szigeten 20
K-5) **Szuper**felbontású fluoreszcens mikroszkópia 20
Matematika szekció 21
M-1) Numerikus módszerek 21
M-2) Szimmetriák, csoportok, Cayley-gráfok 22
M-3) Pénzügyi matematika 23

FORMAI ÉS TARTALMI KÖVETELMÉNYEK

A dolgozatok javításának és elbírálásának megkönnyítése végett arra kérünk minden pályázót, hogy tartsa be az alábbi követelményeket az esszékre vonatkozóan. A *Microsoft Word* vagy az *OpenOffice*/*LibreOffice Writer* szövegszerkesztők bármelyikének használatával mindez könnyen kivitelezhető. Kérjük, ne kézzel írott megoldást küldjetek! Ha egy (számítási, programozási, vegyes típusú) feladathoz **eltérő formában** várjuk a megoldást, az adott **feladat szövegénél** tüntetjük ezt fel.

Az esszéd felépítésében segítenek a feladat alkérdései. Kérjük, munkád minden alkérdésre tartalmazza a választ, de ne válaszok halmaza legyen, hanem **logikus felépítésű, kerek, magyaros megfogalmazású** szöveg.

STÍLUS

- Papírméret: A/4; Tájolás: álló; Margók: mindenhol 2,5 cm.
- Betűtípus: Times New Roman vagy Cambria; Betűméret: 12 pt; Sorköz: 1,5.

ÁBRÁK, TÁBLÁZATOK, EGYENLETEK

- A dolgozatban szerepelhetnek ábrák is, de ez esetben ügyeljetek a megfelelő felbontásra!
- Az ábrákat és táblázatokat számozzátok, és lássátok el képaláírással!
- A matematikai levezetések bevitelét a használt szövegszerkesztő program egyenletszerkesztő moduljával végezzétek!

FELHASZNÁLHATÓ FORRÁSOK

- Dolgozatotokat zárjátok **irodalomjegyzékkel**, amelyben pontosan felsoroljátok a forrásmunkákat, a hivatkozott könyveket, illetve internetes oldalakat.
- **Kerüljétek** mondatok, bekezdések **szó szerinti átvételét!** Próbáljatok mindent **saját szavaitokkal** megfogalmazni!
- Nyomatékosan kérjük azt, hogy a **Wikipédia** és más internetes oldalak tartalmát megfelelő **elővigyázatossággal** kezeljétek, ügyeljetek az információk hitelességére, csak hivatkozással ellátott adatot építsetek bele az esszétekbe!

TERJEDELEM, BEKÜLDÉSI FORMÁTUM

- Törekedjetek arra, hogy a dolgozat szövegtörzsének terjedelme (az irodalomjegyzéket nem számítva) ne lépje túl a 7000 karaktert, de legyen **legalább 2 oldal**.
- A dolgozat teljes terjedelme (ábrákkal, levezetésekkel és irodalomjegyzékkel együtt) ne haladja meg az 5 oldalt.
- Nyomatékosan kérjük azt, hogy a kész dolgozatot NE a használt szövegszerkesztő program saját formátumában, hanem **PDF-formátumban** küldjétek be! Ennek elkészítésére számos ingyenes PDF-nyomtató szoftver áll a rendelkezésetekre.
- Ha az általánostól eltérő formátumban kérjük a megoldást, az adott feladat szövegénél tüntetjük ezt fel.

BIOLÓGIA SZEKCIÓ

A biológia szekció feladatai négy esszétémát tartalmaznak. Ezek közül **egy**et válassz, amelyiket kidolgozod. Kérjük, olvasd el a *Formai és tartalmi követelményeket*! Kezeld óvatosan az interneten talált információkat (pl. Wikipédia)!

B-1) „ÁREODINAMIKA”

Beküldendő: esszé

Juhász-Nagy Pál (1935–1993) magyar ökológus szerint az egyed feletti szerveződési szintek biológiájának egyik nagy kérdése, hogy milyen mértékben és miért nem igaz az alábbi kijelentés: “Bárhol, bármikor, bármilyen élőlény bármilyen mennyiségben megtalálható”. Milyen földtörténeti események, illetve milyen biotikus és abiotikus tényezők játszanak szerepet abban általánosan, hogy a fenti kijelentés nem igaz? Hozz legalább két konkrét fajt is és elemezd őket a fenti szempontok szerint! A globális klímaváltozás erős hatást gyakorol a fajok elterjedési területére és adott területeken a fajok összetételére. Mi teszi lehetővé a különböző fajok számára az alkalmazkodást a folyton változó környezet kihívásaira?

B-2) NÖVÉNYI MÉRETEK: A MOHÁKTÓL A MAMUTFENYŐKIG

Beküldendő: esszé

A növények világában a mérethatárok messze meghaladják az állatok között tapasztalt méreteket. Milyen növényi óriásokat és parányokat ismersz a szárazföldön és vízben? Milyen természeti feltételekhez kell alkalmazkodniuk apró, valamint nagy méretüknél fogva? Milyen szervezettani és élettani megoldások alakultak ki az alkalmazkodásuk során? Hogyan vezethető le a növények moduláris felépítéséből a végtelen növekedési potenciál? Mi akadályozza mégis a végtelenül kicsi és végtelenül nagy növények kialakulását?

B-3) GÉNSEBÉSZET

Beküldendő: esszé

A CRISPR/Cas9 ribonukleoproteint baktériumokban fedezték fel, azok immunrendszereként működve képes a virális örökítőanyagok specifikus felismerésére és elhasítására, így inaktiválva azokat. Miután a 2010-es évek elején a tudományos világ felismerte a rendszer specifikus működésében és egyszerű módosításában rejlő lehetőségeket, a technológia széleskörű terjedésbe és fejlődésbe kezdett. 2018 novemberében megszülettek az első CRISPR/Cas9 módosított gyerekek, Lulu és Nana. A technológia segítségével az ikerpár CCR5 génjében okoztak mutációt, azzal a céllal, hogy ellenállóvá tegyék őket HIV fertőzéssel szemben. Hogyan működik a CRISPR/Cas9 baktériumokban? Hogyan biztosított a célszekvencia specifikus azonosítása a CRISPR/Cas9 komplexet alkotó RNS és fehérje részéről? A bakteriális CRISPR/Cas9 csupán a felismert nukleinsav hasítására képes, hogyan tették alkalmassá a kutatók mutációk átírására? Ugyan Lulu és Nana látszólag egészségesen születtek meg, milyen veszélyeket hordozhat magában a rajtuk végzett kezelés? Milyen korlátai vannak jelenleg a géntechnológia gyógyászati célú alkalmazásának?

B-4) LÁTHATÓ FEJLŐDÉS

Beküldendő: esszé

A kreacionizmus melletti egyik érv szerint az emberi szem *egyszerűsíthetetlenül összetett*, tehát nem lehetett folyamatos fejlődés, evolúció eredménye. Az állatvilágban azonban jól láthatók az egyes lépések a szemünknél sokkal egyszerűbb látófolttól a mi képességeinket valamilyen szempontból meghaladó szervekig. Szemléltesd a főbb evolúciós lépcsőfokokat és azt, hogy milyen megoldások születtek az állatvilágban a fény érzékelésére! Mi a kapcsolat a szemnyílás, a fókuszálás és a fényérzékenység között? Mit jelent az inverz és az everz szem kifejezés? Mondj példát három fajra vagy fajcsoportra, amelyeknek a látószerve valamilyen speciális, életmódjából következő kihíváshoz alkalmazkodott! Mutasd be, milyen főbb különbségek vannak a gerinces taxonok látószervei között!

FIZIKA SZEKCIÓ

Ha a fizika szekcióba szeretnél jelentkezni, az alábbi négy feladat közül válassz **egy**et. Kérjük, olvasd el a *Formai és tartalmi követelményeket*! Kezeld óvatosan az interneten talált információkat (pl. Wikipédia)! Felhívjuk a figyelmet, hogy a Fizika szekció 3. feladata (F-3), megegyezik a Kémia szekció 5. feladatával (K-5).

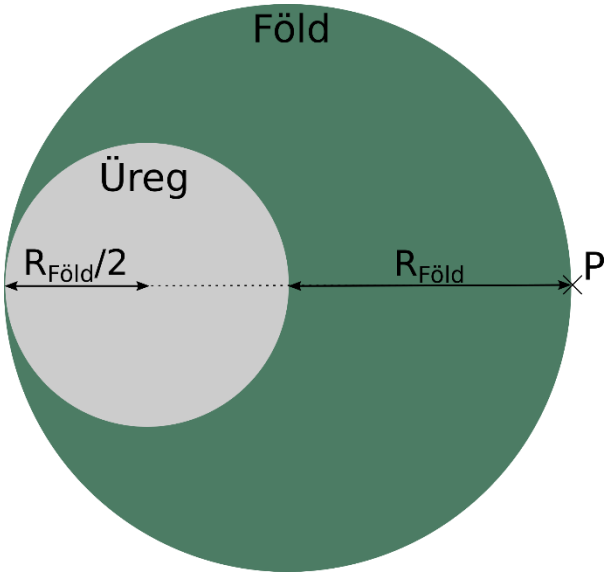
F-1) A SZUPERPOZÍCIÓ ELVÉNEK JELENTŐSÉGE A FIZIKÁBAN

Beküldendő: esszé. A b) és c) pontok közül elegendő az egyikre kitérni az esszében.

A szuperpozíció elve a fizika számtalan területén megjelenik. Ebben a feladatban az alábbi pontokat követve kell erről a témáról esszét írnod.

a) Legelőször mindannyian Newton törvényei kapcsán ismerkedünk meg a szuperpozíció elvével és alkalmazásával. Mit mond ki ez az elv, és hogyan kapcsolódik ez a klasszikus mechanika alapvető törvényeihez? Tudsz-e olyan példát mondani a (nem feltétlenül klasszikus) mechanika témakörében, amikor nem, vagy másképp teljesül a szuperpozíció, mint ahogy azt az intuíciónk alapján várnánk?

b) Alkalmazzuk a szuperpozíció elvét! Képzeljük el, hogy a Föld belsejében egy $R_{\text{Föld}}/2$ sugarú üreges gömb található az ábrának megfelelően, azaz az üreg éppen belülről érinti a Földet.



Mekkora erő hat ekkor az ábrán jelölt P pontban egy 70 kg tömegű emberre? (A feladat megoldásában segítséget nyújthat az (1) forrás.) A megoldás során térj ki arra is, hogy a két tömegpont közötti kölcsönhatás és a szuperpozíció elvének ismeretében hogyan juthatunk el a feladat megoldásához! Az üreg nélküli Föld tömegét tekintsük $M_{\text{Föld}} = 6 \cdot 10^{24}$ kg-nak, sugarát pedig $R_{\text{Föld}} = 6371$ km-nek. Az üregen kívül tételezzünk fel egyenletes tömegeloszlást.

c) Add meg a b) feladat elektrosztatikai analógiáját, és fejtsd ki, hogy a két ponttöltés közötti kölcsönhatás és a szuperpozíció elvének ismeretében hogyan juthatunk el a feladat megoldásához! Gondolj arra, hogy a két tömegpont vonzását leíró Newton-féle gravitációs törvény alakjához nagyon hasonló alakú törvény írja le két pontszerű töltés kölcsönhatását. Milyen analógiák vonhatóak a gravitációs és az elektrosztatikus kölcsönhatás között? Milyen különbségeket tapasztalunk?

d) A fény, mint elektromágneses hullám, ugyancsak teljesíti a szuperpozíció elvét. Ennek köszönhetően pedig sok-sok érdekes jelenség válik megfigyelhetővé számunkra. Ilyen jelenség például az interferencia is. Magyarázd el ennek a jelenségnek az alapjait, majd mutass be egy kísérleti eszközt, amelynek működési elve ezen alapszik. Miként kapcsolódik a szuperpozícióhoz a Huygens–Fresnel-elv?

e) Az optikát sokszor emlegetik a kvantummechanika előszobájaként. Mi lehet ennek az oka? Próbáld meg minél egyszerűbben (képletek használatát mellőzve) elmagyarázni a kvantummechanika alapjait, kitérve a szuperpozíció jelentőségére is. Mit nevezünk hullám-részecske kettősségnek? Mi az a kétrés-kísérlet, és hogyan magyarázható ez az optikából is ismert interferencia jelenségével?

Források:

(1) Baranyi Károly: A fizikai gondolkodás iskolája
(2) Feynman-Leighton-Sands: Mai fizika 3,4,8
(3) https://www.youtube.com/watch?v=kxcvvTkJY-M

F-2) **SZUPER**NÓVÁK

Beküldendő: esszé

A szupernóva-robbanás bizonyos csillagok életében bekövetkező robbanás, amely következtében rövid ideig nagyon fényes objektumként jelenik meg az égbolton. Ebben az esszében a szupernóvák bemutatása a feladat a megadott vázlatpontok mentén.

a) Mutasd be a Hertzsprung–Russell-diagramot *(HR-diagram)*, és a csillagok lehetséges életútjait! Mitől függ, hogy egy csillag milyen pályát jár be a HR-diagramon?

b) Írd le röviden mi a luminozitás! A csillagok tömege és luminozitása között empirikus összefüggéseket állítottak fel. A használt modellek csak bizonyos tömegtartományokban adnak megfelelően pontos eredményt. A megfigyelések alapján az $M < 0{,}43 \cdot M_{\mathrm{Nap}}$ tartományban a luminozitás-tömeg reláció:

$$L/L_{\mathrm{Nap}} = 0{,}23 \cdot (M/M_{\mathrm{Nap}})^{2{,}3},$$

míg a $2 \cdot M_{\mathrm{Nap}} < M < 20 \cdot M_{\mathrm{Nap}}$ tartományban:

$$L/L_{\mathrm{Nap}} = 1{,}4 \cdot (M/M_{\mathrm{Nap}})^{3{,}5}.$$

Tegyük fel, hogy a köztes ($0{,}43 \cdot M_{\mathrm{Nap}} < M < 2 \cdot M_{\mathrm{Nap}}$) tartományban is jól leírja egy

$$L/L_{\mathrm{Nap}} = a \cdot (M/M_{\mathrm{Nap}})^{b}$$

alakú összefüggés ezt a relációt, amely illeszkedik a másik két modellhez a tartomány határain. Ez alapján határozzuk meg az a és b paramétereket. A csillag főágon töltött élettartama arányos lesz a csillag tömegének hatványával (azaz $L \sim M^{c}$). Határozd meg a hatványkitevő értékét a három vizsgált tömegtartományban. Segítség: a tömeg arányos a csillag számára rendelkezésre álló "üzemanyaggal", míg a luminozitás ennek az üzemanyagnak az elhasználási sebességével arányos.

c) Milyen csoportosítását ismered a szupernóváknak? Egyes típusok standard gyertyaként használható. Melyik típus ez? Mit jelent a standard gyertya kifejezés és miért hasznos? Mi teszi alkalmassá ezt a típusú szupernóvát a standard gyertya szerepére?

d) Az SN 1987A szupernóva robbanásakor $\Delta t = 3$ óra telt el a neutrínók észlelése és az onnan érkező (látható) fény detektálása között. Ez alapján adjunk alsó korlátot a neutrínók és a látható fény kibocsátása között eltelt időre. Mi az oka ennek az időeltérésnek?

F-3) **SZUPER**FELBONTÁSÚ FLUORESZCENS MIKROSZKÓPIA

Beküldendő: esszé

Hosszú időn át az optikai mikroszkópia által elérhető felbontásnak a fény hullámhossza szabott korlátot – legalábbis Abbe elmélete alapján ezt gondolták. Fluoreszcens molekulák segítségével ezt a felbontási korlátot szárnyalták túl azok a módszerek, amelyek szuperfelbontású fénymikroszkópia néven ismeretesek, és 2014-ben kémiai Nobel-díjat jelentettek három tudósnak. Esszédben a szuperfelbontású mikroszkópiához kötődő optikai és fotokémiai ismeretek összefoglalása lesz a feladatod, választ adva az alábbi kérdésekre:

a) Mit jelent egy mikroszkóp felbontása/felbontóképessége? Milyen tényezők befolyásolják? Válaszodban térj ki a diffrakció jelenségének bemutatására! Mikor nevezünk egy képet diffrakciólimitáltnak? Milyen feloldási korlát érvényes a hagyományos mikroszkópra (Abbe-feltétel), illetve a fluoreszcenciamikroszkópra (Rayleigh-kritérium)?

b) Mutasd be a fluoreszcencia jelenségét! Sorolj fel három fluoreszcens jelzővegyületet (kitérve a kémiai szerkezetükre is)! Milyen tulajdonságaik fontosak a fluoreszcens mikroszkópiában való használhatóság szempontjából?

c) Válassz két szuperfelbontású mikroszkópiai módszert, és mutasd be működésük alapját! (Pl. egy RESOLFT módszer és egy egymolekula-lokalizációs technika)

d) Milyen előnyei vannak a szuperfelbontású fénymikroszkópiának az elektronmikroszkópiával szemben? Mondj példát olyan alkalmazási területre, ahol az elektronmikroszkópia nem használható!

Források:

(1) http://szft.elte.hu/~kojnok/Ny/meresimodszerekosszefuzott.pdf
(2) http://www.termeszetvilaga.hu/szamok/tv2015/tv1502/kemia.html

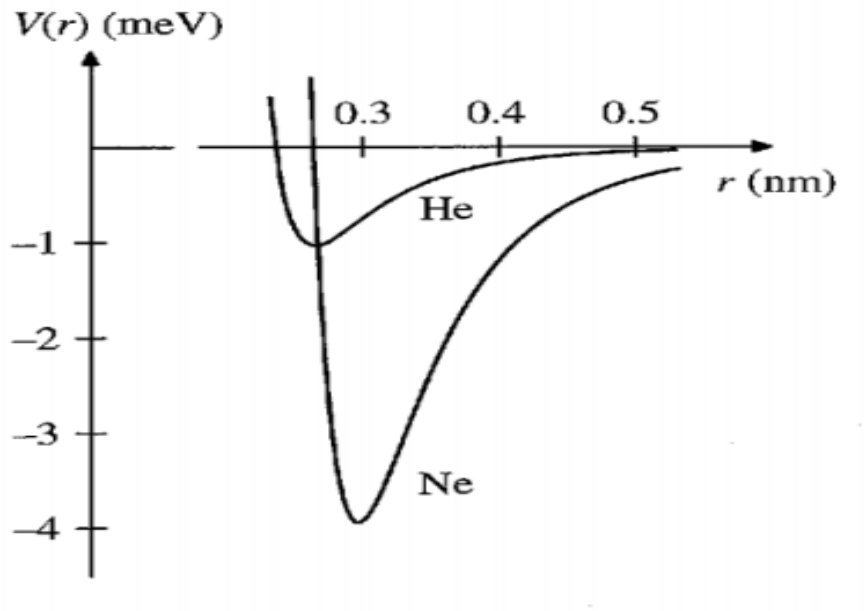
F-4) A **SZUPER**FOLYÉKONY HÉLIUM

Beküldendő: esszé. A b) és c) pontok közül elegendő az egyikre kitérni az esszében.

Ennél a feladatnál a szuperfolyékonyság jelenségéről kell esszét írnod az alábbi pontokra kitérve:

a) Laboratóriumban kétféle szuperfolyékony anyagot lehet vizsgálni, a hélium két különböző izotópját, a ^{4}He-et, illetve a ^{3}He-at. Első lépésként térj ki arra, mit nevezünk bozonoknak és fermionoknak, mi a kettő között a különbség, illetve a két izotóp melyik csoportba tartozik?

b) A következőkben csak a ^{4}He-gyel fogunk foglalkozni. Magyarázd meg, hogy miért nevezzük kvantumfolyadéknak az alacsony hőmérsékletű héliumot? Ehhez az alábbiak segíthetnek: A héliumatomok közötti kötési potenciál az alábbi ábrán látható (összehasonlításképpen a neonnal).



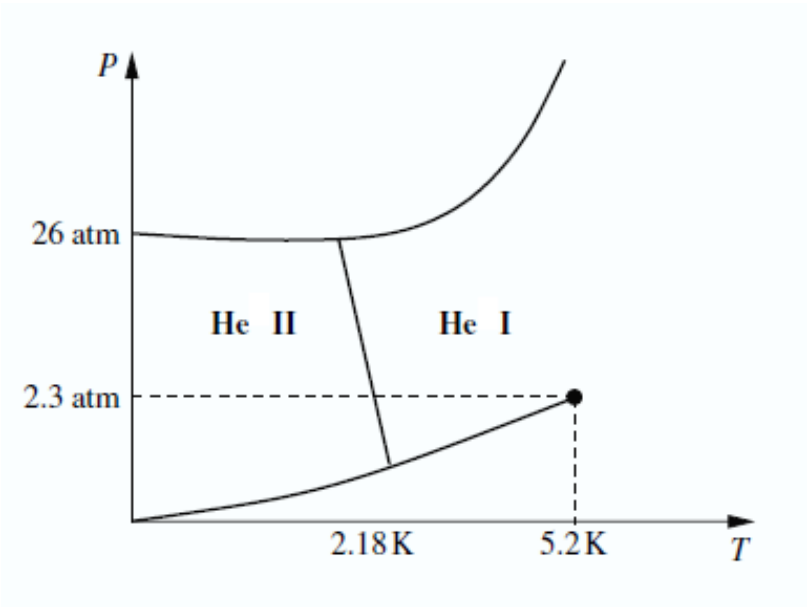
A fenti potenciál függvényalakja a következő:

$$V(\mathrm{r}) = \varepsilon_0 \cdot (d^{12}/r^{12} - 2 \cdot d^6/r^6),$$

ahol d és ε_0 a potenciálgödör helyét adják meg, héliumra d = 0,265 nm, és ε_0 =1,03 meV (millielektronvolt), neonra ugyanezen értékek 0,296 nm és 3,94 meV. Írd le, mit nevezünk de Broglie-hullámhossznak, hogyan lehet kiszámolni és add meg ennek értékét mindkét elemre, mégpedig azon hőmérsékleti értékeknél, ahol azok folyékonnyá válnak légköri nyomáson (ez neonnál 27 K, héliumnál 4 K). Feltéve, hogy a fenti d paraméter felfogható egy atom átmérőjének, hasonlítsd össze a két elemre ezen d értéket a kiszámolt de Broglie-hullámhosszal. Miért nevezhető ezek alapján a hélium kvantumfolyadéknak, a neon pedig klasszikus folyadéknak (vagyis olyannak, amelyben nem játszik nagy szerepet a kvantumos viselkedés)?

c) Ugyancsak a fenti ábra alapján magyarázd meg, miért olyan alacsony hőmérsékleten válik a hélium folyadékká, míg a neon csak sokkal nagyobb hőmérsékleten teszi ugyanezt? (4 K és 27 K) Ugyanígy próbáld meg megmagyarázni, miért nem válik szilárddá a folyékony hélium, ha tovább csökkentjük a hőmérsékletét (légköri nyomáson).

d) Ebben a pontban a hélium fázisdiagramjával fogunk foglalkozni. Ez a következő ábrán látható. Nézz utána, mi a különbség a fázisdiagramon jelzett *He I* és *He II* között? Ebben a pontban térj ki a két fázis közötti hidrodinamikai különbségekre, illetve az ehhez kapcsolódó kísérletekre! (Kapitza-kísérlet, Androniksvili-kísérlet)



e) Végül térj ki az úgynevezett termomechanikai jelenségre (szökőkút-effektus)! Magyarázd meg, mi lehet az oka ennek a furcsa jelenségnek! (Az alábbi videó segíthet: https://www.youtube.com/watch?v=YVMuI_shltE&t=5s)

Források:

(1) http://www.atomcsill.elte.hu/letoltes/foliak/7_evf/atomcsill_7_10_Sasvari_Laszlo.pdf
(2) https://tinyurl.hu/8nWJ/

FÖLDRAJZ–FÖLDTUDOMÁNY SZEKCIÓ

Ha a földrajz-földtudomány szekcióba szeretnél jelentkezni, az alábbi négy feladat közül válassz **egy**et. Kérjük, olvasd el a *Formai és tartalmi követelményeket*! Kezeld óvatosan az interneten talált információkat (pl. Wikipédia)!

FF-1) SZÉLSŐSÉGES IDŐJÁRÁSI HELYZETEK A FÖLDÖN

Beküldendő: esszé

Heti rendszerességgel jelennek meg hírek extrém időjárás okozta katasztrófákról (trópusi viharok, áradások, erdőtűz stb.). Ezen események a Föld számos régiójában komoly problémát okoznak a lakosságnak és a hatóságoknak. Mutass be egy általad választott, szélsőséges időjárás által sújtott területet! Milyen előrejelzési módszerek segítenek a katasztrófára való felkészülésben? Tájékozódj, hogyan alkalmazkodnak az ott élő emberek a körülményekhez, milyen feladatai vannak a lakosságnak és a hatóságoknak!

FF-2) KÍNAI VÁLLALATOK JELENLÉTÉNEK HATÁSAI KÖZÉP-EURÓPÁBAN

Beküldendő: esszé

Az elmúlt néhány évben érzékelhetően megnőtt a kínai szupercégek jelenléte a közép-európai piacon. Termékeik egyre nagyobb népszerűségnek örvendenek a fogyasztók körében. Mi lehet sikerük titka? Néhány példán keresztül mutasd be ezen vállalatok profilját, fejlődésük útját, helyzetüket az érintett közép-európai országok piacán! Milyen pozitív/negatív hatásai lehetnek ennek a jelentős térhódításnak a közeljövőben?

FF-3) MENNYIRE MEGÚJULÓ A MEGÚJULÓ ENERGIAFORRÁS?

Beküldendő: esszé

Globális trendnek vehető mára a megújuló energiaforrások egyre nagyobb léptékű felhasználása, melyek a légkör károsanyag-tartalmát hivatottak mérsékelni. A köztudatban ezek mint teljesen „zöld” lehetőségek élnek, ám előállításuk és üzemeltetésük számos esetben fosszilis energiafelhasználáson alapszik. Mutasd be és járd körbe a szélturbina példáján keresztül, hogy milyen nem megújuló energiaforrásokra épül az előállítása és üzemeltetése! Röviden mutass be egy másik megújuló energiaforrást hasonló szempontból! Miért lehet ezeket mégis „zöld energiaként” jellemezni?

FF-4) A Brit Birodalom geopolitikai céljai a közel-keleti Nagy Játszma során

Beküldendő: esszé

A Brit és az Orosz Birodalom között feszülő ellentét egyik legfontosabb megnyilvánulása a közép-ázsiai régiók ellenőrzéséért folytatott, közel egy évszázadot felölelő Nagy Játszma. A felek diplomáciai céljain túlmenően egyértelműen látható, hogy ezen területek földrajzi értékek szempontjából is kiemelkedő fontosságúak. Röviden mutasd be a „Brit korona ékköve" kifejezéssel illetett Brit India földrajzi adottságait! Ismertesd a Brit Birodalom nézőpontjából, hogy milyen geopolitikai érdekek fűződtek a Közel-Kelet megtartásához az orosz fenyegetéssel szemben!

INFORMATIKA SZEKCIÓ

Az informatika szekció feladatai között négy témát találsz, melyek közül **egyet** választhatsz. A várt megoldások leírása részletesen szerepel az adott feladatoknál. Kérünk, vedd figyelembe a *Formai és tartalmi követelményeket* is!

I-1) IOT

Beküldendő: esszé

Az Internet of Things, avagy IoT, egy manapság nagyon gyakran használt fogalom, azonban a legtöbb embernek csak homályos képe van arról, hogy pontosan mit is takar.

Feladatod egy esszé elkészítése, amely a technológiában kevésbé járatos embereknek is segít megérteni, hogy mi az az IoT. Miért tartják egy fontos fejlődési iránynak, hol tartunk most, és mit várunk tőle a jövőben? A pozitívumok mellett térj ki a negatív hangokra is! Milyen veszélyektől tartanak, akik kevésbé lelkesednek az IoT iránt?

I-2) EDSGER WYBE DIJKSTRA

Beküldendő: esszé

Edsger Wybe Dijkstra munkásságával jelentősen hozzájárult a modern informatika megalapozásához, a számítástechnika legtöbb területén maradandót alkotott.

A terjedelmi korlátok miatt neked Dijkstra életrajzának nagyon rövid ismertetése után csak két fontos eredményét kellene a sok közül egy esszében bemutatnod. Az egyik a róla elnevezett Dijkstra útkeresési algoritmus, a másik pedig az általa javasolt szemafor az éhező filozófusok problémáján keresztül.

I-3) AKNAKERESŐ

Beküldendő: forráskód, futtatható állomány és rövid dokumentáció a használt algoritmusról.

Kevesen tudják, hogy a Windows operációs rendszer révén mindenki által ismert aknakereső játék már a 60-as években is létezett. A Microsoft-féle változat a Windows 3.1-ben jelent meg először, 1992-ben. Akkoriban a számítógépek mai szemmel nézve még nevetségesen gyengék voltak. Például az említett operációs rendszer telepítéséhez mindössze 8MB merevlemezre volt szükség. A gépek hiába okosodtak, az aknakereső játék a régi maradt.

A feladatod az lesz, hogy írj egy okosabb aknakeresőt. Ez a változat segíteni fog a játékosnak, ugyanis a számítógépek okosodásával az emberek ellustultak. A játékodnak meg kell jelölnie minél több olyan mezőt, amely a játékos számára is elérhető információk alapján biztosan bomba vagy biztosan nem bomba. Fontos, hogy ezek az információk biztosak legyenek, tehát valóban csak a megfelelő mezőkön jelenjen meg a plusz információ.

Miért nem várjuk el, hogy az összes egyértelmű mezőt megjelöld? Az aknakereső megoldásának problémájáról tudjuk, hogy ez egy bonyolultságelméletileg nehéz probléma, tehát nagy valószínűséggel nem létezik gyors algoritmus rá, így sajnos te sem tudod minden mezőről eldönteni, hogy egyértelmű-e, de szerencsére van sok eset, amikor ez mégis egyszerűen látszik.

(A játéknak nem feltétlenül kell grafikus interfésszel rendelkeznie, parancssori megvalósítás is tökéletes.)

I-4) SEJTAUTOMATA

Beküldendő: forráskód, futtatható állomány és rövid dokumentáció.

A sejtautomaták, melynek koncepciója Neumann Jánostól ered, diszkrét modellek, amiket a számításelméletben és a matematikában, mikrostruktúrák modellezésére használnak. Talán a legismertebb verziója Conway életjátéka. Ebben a változatban a sejtek egy négyzetrácson helyezkednek el. A sejteknek kétféle állapota lehet: élő vagy halott, és ez az alábbi szabályok szerint változik iterációk során:

- Ha a sejt az előző iterációban élő volt, és pontosan kettő vagy három elő szomszédja volt, akkor az új iterációban is elő marad, ellenkező esetben meghal.
- Ha egy sejt az előző iterációban halott volt, és pontosan három szomszédja volt, akkor a következő iterációban élő lesz, egyébként halott marad.

A négyzetrácson a sejtek szomszédjainak értjük az oldal és a csúcs szomszédokat is, a pálya a szélen pedig körbefordul, tehát minden sejtnek pontosan 8 szomszédja van.

Feladatod egy szimulátor program elkészítése, amely egy általános szabállyal megadott sejtautomatát vizualizál. A program bemenete a pálya szélessége és magassága, és az adott automata szabályrendszere, mely az alábbi hármassal írható le:

- Túlélési szabályok (T): hány szomszéd esetén marad életben egy sejt.
- Születési szabályok (S): hány szomszéd esetén keletkezik egy élő sejt.

- Cellaállapotok száma (C): egy cella hány állapottal rendelkezik. A sejt nem egyszerűen csak élő vagy halott lehet, hanem több állapotot is felvehet. A 0-s állapot a halott sejtet jelöli, ekkor a születési szabály teljesülése esetén születhet egy sejt, ez az 1-es állapot. Túlélés esetén az 1-es állapotú sejt állapota nem változik, egyéb esetben eggyel magasabb állapotba kerül, és elkezd meghalni, amely során minden iterációs lépésben fentebb lép, majd, amikor elfogynak az állapotok, a sejt meghal. (Külön színekkel érdemes megjeleníteni a különböző állapotokat.)

Ezek a szabályok az életjátékra megadva: T = {2, 3}; S = {3}; C = 2. A szimulációt véletlen generált állapotból indítsuk.

Néhány további népszerű szabály a teszteléshez:

- Brian's Brain: T = {}; S = {2}; C = 3
- Star Wars: T = {3, 4, 5}; S = {2}; C = 4
- Kígyó: T = {0, 3, 4, 6, 7}; S = {2, 5}; C = 6
- Kukacok: T = {3, 4, 6, 7}; S = {2, 5}; C = 6
- Vonalak: T = {0, 1, 2, 3, 4, 5}; S = {4, 5, 8}; C = 3
- Láva: T = {1, 2, 3, 4, 5}; S = {4, 5, 6, 7, 8}; C = 8

KÉMIA SZEKCIÓ

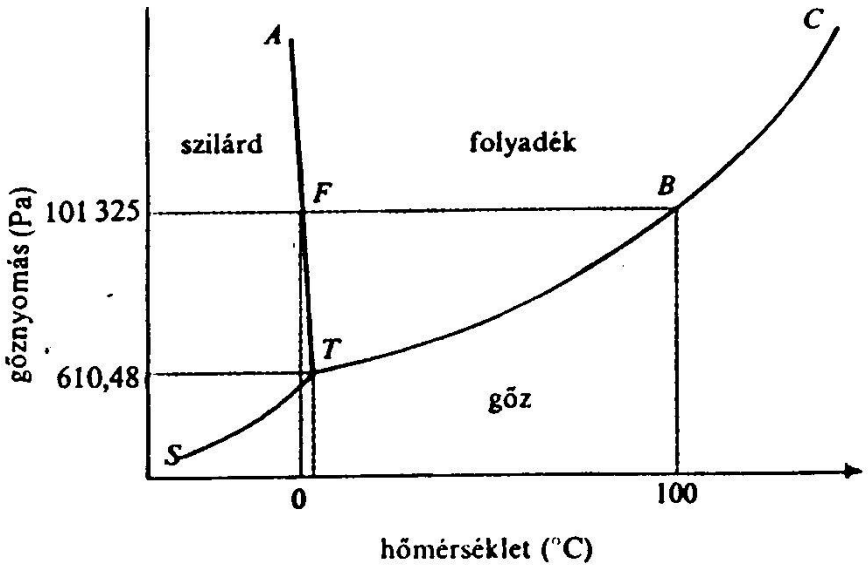
A kémia szekció feladatai öt esszétémát tartalmaznak. Ezek közül **egy**et válassz, amelyiket kidolgozod. Kérjük, olvasd el a *Formai és tartalmi követelményeket*! Kezeld óvatosan az interneten talált információkat (pl. Wikipédia)! Felhívjuk a figyelmet, hogy a Kémia szekció 5. feladata (K-5), megegyezik a Fizika szekció 3. feladatával (F-3).

K-1) ÁTALAKULÓMŰVÉSZEK ÚJRATÖLTVE

Beküldendő: esszé

Jól tudjuk, hogy azonos molekulákat tartalmazó anyagok különböző halmazállapotokat képesek felvenni, miközben fizikai tulajdonságaik drasztikusan megváltoznak. Milyen halmazállapotokat ismersz, és mivel magyaráznád az eltérő tulajdonságaikat? Az anyagok a hőmérséklet és a nyomás függvényében változtatják halmazállapotukat, amit fázisdiagramon ábrázolhatunk.

Melyik anyag fázisdiagramját láthatjuk az ábrán és milyen információkat olvashatunk le róla? Írd le, hogyan változna a rendszer, ha állandó atmoszférikus nyomáson, egyenletes hőátadás mellett 250 K-ről 400 K-re melegítenénk! Hasonlítsd össze a lenti grafikont egy általad választott kémiailag tiszta (egykomponensű) anyag fázisdiagramjával!



K-2) TERMÉSZETES VÁLTOZATOK

Beküldendő: esszé

Gondolkodtál már azon, hogy mi lehet a közös a citromban, a fenyőben, a sárgarépában és a gumiban? És mi köze lehet ezeknek egy likopin nevű molekulához, mely megtalálható például a paradicsomban? Nézz utána, melyik vegyület származékairól van szó, mi ennek a szisztematikus neve és rajzold fel a szerkezetét! Származékai közé tartozik többek közt a limonén, ám a név kicsit trükkös, ugyanis két molekulát jelöl: az egyik citrusokban, míg a másik inkább a fenyőfélékben található meg. Mi a különbség a két molekula között?

További példákon keresztül mutasd be, hogyan csoportosíthatjuk a fenti kérdésben szereplő szénhidrogén származékait! Saját példáid mellett felhasználhatod az első mondatban szereplőket is. Milyen funkciók köthetők ezekhez a származékokhoz? Jelölj meg közülük legalább kettőt, amelyek köznapi nevei a limonénhoz hasonlóan valójában két vegyületet jelölnek! Szerkezeti képlet segítségével indokold is meg döntésed!

Nézz utána a fitán szerkezetének és térj ki arra, miben tér el a szerkezete az eddigi vegyületek szerkezetétől!

K-3) A BIOLÓGIAI VONULATRA NEM UTALÓ, A KOLLOID SZÓT TARTALMAZÓ, NAGYON FRAPPÁNS CÍM, AVAGY ARANY CSOMAGOLÁS NANO KIVITELBEN

Beküldendő: esszé

Amikor gyógyszert veszel be, a legritkább esetben nyeled le tiszta formájában a hatóanyagot – egy gyógyszerkészítmény mindig tartalmaz segédanyagokat. Ezek nem csak a tablettázást, kapszulázást elősegítő töltő- és borítóanyagok lehetnek, hanem úgynevezett gyógyszerhordozók is, amelyeknek egyre elterjedtebb formái a kolloidális rendszerek, vagy divatosabb megnevezéssel: a nanorészecskék.

Milyen célt szolgálhatnak a gyógyszerhordozó rendszerek, és milyen típusú hatóanyagok esetén indokolt a használatuk? Nézz utána a liposzóma és a ciklodextrinek kémiai szerkezetének és funkciójának! Mi az a terápiás ablak, és milyen ezzel kapcsolatos előnyökkel járhat, ha a hatóanyag nem a szabad formájában kerül a vérbe?

Az utóbbi évtizedekben egyre intenzívebben kutatott terület az arany nanorészecskék gyógyszerhordozóként való alkalmazása. Miért lehetnek az aranynak kolloidális formában teljesen eltérő tulajdonságai (pl. szín) a tömbfázishoz képest? (Gondolj a fémrács alapvető felépítésére!) Az arany nanorészecskéket többek között makromolekulák (pl. DNS-ek, fehérjék) szállítására is használják. Miért nem lenne hatékony, ha az ilyen típusú gyógyszermolekulák nem hordozóhoz kapcsolva, hanem az enzimek számára hozzáférhető formában jutnának a keringésbe?

K-4) BARANGOLÁS EGY MAGÁNYOS SZIGETEN

Beküldendő: esszé

Idén 150 éves a periódusos rendszer. Ez a táblázat elektronszerkezetük alapján rendszerezi az elemeket, azaz a különböző rendszámú atommagokat. Egy elemnek, azonban különböző tömegszámú izotópjai is lehetnek. Ha ezeket is mind külön ábrázoljuk (protonszám a neutronszám függvényében), egy egészen más táblázatot kapunk. Egy atommagban a protonok és neutronok száma elméletileg tetszőleges lehet, azaz egy ilyen táblázat végtelen nagy lenne.

Miért nincs végtelen számú atommag? Ebben az elvileg végtelen táblázatban jelenleg ismert nuklidok egy kis szigetet alkotnak: ez a stabilitás kontinense. Ha a sziget egyes pontjaihoz hozzárendeljük azok energiaszintjét, kialakul a kontinens domborzata is. Mi az a béta-stabilitás völgye? Hogyan lehet a sziget egyik pontjáról a másikra jutni, azaz milyen reakciókkal alakulhatnak egymásba a nuklidok? Ezek alapján hogyan lehet aranyat találni a szigeten, vagyis milyen bomlási sorozatokban keletkezhet stabil aranyizotóp?

K-5) SZUPERFELBONTÁSÚ FLUORESZCENS MIKROSZKÓPIA

Beküldendő: esszé

Hosszú időn át az optikai mikroszkópia által elérhető felbontásnak a fény hullámhossza szabott korlátot – legalábbis Abbe elmélete alapján ezt gondolták. Fluoreszcens molekulák segítségével ezt a felbontási korlátot szárnyalták túl azok a módszerek, amelyek szuperfelbontású fénymikroszkópia néven ismeretesek, és 2014-ben kémiai Nobel-díjat jelentettek három tudósnak. Esszédben a szuperfelbontású mikroszkópiához kötődő optikai és fotokémiai ismeretek összefoglalása lesz a feladatod, választ adva az alábbi kérdésekre:

a) Mit jelent egy mikroszkóp felbontása/felbontóképessége? Milyen tényezők befolyásolják? Válaszodban térj ki a diffrakció jelenségének bemutatására! Mikor nevezünk egy képet diffrakciólimitáltnak? Milyen feloldási korlát érvényes a hagyományos mikroszkópra (Abbe-feltétel), illetve a fluoreszcenciamikroszkópra (Rayleigh-kritérium)?

b) Mutasd be a fluoreszcencia jelenségét! Sorolj fel három fluoreszcens jelzővegyületet (kitérve a kémiai szerkezetükre is)! Milyen tulajdonságaik fontosak a fluoreszcens mikroszkópiában való használhatóság szempontjából?

c) Válassz két szuperfelbontású mikroszkópiai módszert, és mutasd be működésük alapját! (Pl. egy RESOLFT módszer és egy egymolekula-lokalizációs technika)

d) Milyen előnyei vannak a szuperfelbontású fénymikroszkópiának az elektronmikroszkópiával szemben? Mondj példát olyan alkalmazási területre, ahol az elektronmikroszkópia nem használható!

Források:

(1) http://szft.elte.hu/~kojnok/Ny/meresimodszerekosszefuzott.pdf
(2) http://www.termeszetvilaga.hu/szamok/tv2015/tv1502/kemia.html

MATEMATIKA SZEKCIÓ

A matematika szekció feladatai között három témát találsz, melyek közül **egyet** választhatsz. A várt megoldások leírása részletesen szerepel az adott feladatoknál. Kérjük, vedd figyelembe a *Formai és tartalmi követelményeket*!

M-1) NUMERIKUS MÓDSZEREK

Beküldendő: esszé, minél több alkérdésre válaszolva.

A középiskolában az ember megszokja, hogy a feladatok megoldását mindig pontosan meg tudja adni. Később viszont szembesülnie kell, hogy gyakran olyan problémákkal találkozunk, melynek megoldását nem lehet, vagy nem praktikus képlet formájában megadni. Ilyenkor közelítő megoldásokra kell hagyatkoznunk, melyeket számítógépek segítségével tudunk megkapni, melyek csak a négy alapművelettel dolgoznak. Ilyen problémákba engednek betekintést a lenti feladatok.

- Legyenek $x_1<x_2<\ldots<x_n$ valamint $f_1;\ldots f_n$ valós számok. Nevezzük interpolációs polinomnak azt a p $n-1$-ed fokú polinomot, melyre teljesül, hogy minden $1\leq i\leq n$ egészre $p(x_i)=f_i$. Hogy kaphatunk meg egy interpolációs polinomot? Van belőle több is?
- A nevezetes szögek és hozzájuk tartozó interpolációs polinom segítségével adjunk becslést *sin(1)* becslésére! (Radiánban értelmezve.) Milyen értéket vesz fel p az $x = 4\pi + 1$ helyen? Általában milyen problémák merülnek fel, ha egy *f(x)* függvényt akarunk egy $[x_1;x_n]$ intervallumon kívüli x pontban közelíteni *p(x)*-szel?
- Az időjárás-előrejelzésnél bevett szokás, hogy hat órás felbontással adják meg a várható hőmérsékletet. Tegyük fel, hogy ezek a hőmérsékletek rendre *5,13,15,10* C°, ahol az első a reggel hat órához tartozó hőmérséklet. Interpolációs polinommal adjunk előrejelzést délután 2 órára!
- Ismertesd a szelőmódszert!
- A szelőmódszer segítségével adj becslést $\sqrt{2}$ értékére.
- Bizonyítsd be, hogy a $\cos x = x$ egyenletnek pontosan egy megoldása van, majd a szelőmódszer segítségével adj becslést erre a megoldásra.
- Tegyük fel, hogy adva vannak a $[0;1]$ intervallumról egyenletesen vett véletlen számok. Ezek segítségével adjunk közelítést π-re! (Segítség: ilyen véletlen számokat az Excelben a vél() függvénnyel lehet generálni.)
- A fenti véletlen számok segítségével adj közelítést arra, mekkora területet zár be a sin(x) függvény az x-tengellyel a $[0;\pi]$ intervallumon!

Érdemes a feladatmegoldásokhoz számítógépes programot, például Excelt használni.

Ajánlott irodalom:

Szelőmódszer – Wikipédia
Baloghné Koterla Orsolya: Interpolációs eljárások (Szakdolgozat)

M-2) SZIMMETRIÁK, CSOPORTOK, CAYLEY-GRÁFOK

Beküldendő: esszé, minél több alkérdésre válaszolva.

Egy szabályos ötszöget irányítástartóan 5 féleképpen lehet magára helyezni. Egy ilyen ráhelyezést nevezzük egy állapotnak. Ezeket az állapotokat egy irányítástartó síkbeli egybevágósági transzformációval át lehet vinni egy másik állapotba. Legyenek az állapotok egy gráf csúcsai, a transzformációkra pedig tekintsünk, mint a gráf irányított élei. Vegyünk az egyik transzformációt és rajzoljuk be az éleket aszerint, hogy melyik állapotot melyikbe viszi. Csináljuk meg ugyanezt egy négyzet síkbeli transzformációin (itt már ne csak az irányítástartó transzformációkat nézzük)! (Vállalkozó kedvűeknek ajánljuk a tetraéder transzformációit is.)

- Mit tudunk mondani ezekről a gráfokról? Összefüggő-e? Függ-e a gráf attól, hogy melyik transzformációt nézzük? A gráf minden csúcsa ugyanolyan szerepet tölt be a gráfban (csúcstranzitív-e)? És az élek ugyanolyan szerepet töltenek be (éltranzitív-e)?
- Ismertesd, mit nevezünk csoportnak! Adj rá egyszerű példákat is!
- Legyenek egy csoport elemei a fenti transzformációk, és a művelet a két transzformáció egymás után végzése! Teljesülnek-e ekkor a csoportnak az axiómái?
- Ismertesd, mit értünk egy csoport generátorrendszere alatt! Mutass példát a négyzet és az irányítástartó szabályos ötszög transzformáció csoportjának generátorrendszereire! Legkevesebb hány elemből lehet generátorrendszert adni a fenti csoportokhoz?
- Ismertesd a Cayley-gráfok definícióját, s mutass rá egyszerű példát is!
- Vizsgáld meg, az első pont kérdéseit Cayley-gráfokra is!

Ajánlott irodalom:

Pelikán József: Algebra jegyzet – Csoportelmélet
Cayley gráf – Wikipédia

M-3) PÉNZÜGYI MATEMATIKA

Beküldendő: esszé, minél több alkérdésre válaszolva.

Ismeretes, hogy a matematika és a természettudományok kéz a kézben járnak. Az viszont talán kevésbé, hogy a társadalomtudományoknál is gyakran előkerülnek matematikai modellek. A következő pár feladat arra világít rá, hogyan lehet matematikai eszközöket használni pénzügyi termékek korrekt (fair) árának meghatározására.

- Ismertesd a diszkontálást, a pénz időértékét!
- Egy vállalatnak dönthet úgy, hogy beszáll egy mikrochip gyártásába. Ehhez *10* millió forint beruházásra van szükség. A gyár két év múlva fog elkészülni. Ezt követően azt jósolják, hogy még *5* évig lesz piacképes a termék, mely utána elavulttá válik. Addig rendre az alábbi nettó profitra számítanak az adott év végén (millió forintban): *5,4,3,2,1*. Megéri-e a beruházás, amennyiben a kamatláb végig *12%* a hét év alatt?
- Mennyit fizetnél legfeljebb egy olyan szerződésért, mely minden évben *1* millió forintot fizet neked a végtelenségig, amennyiben a kamatláb végig *5%?* (Az ilyen pénzügyi terméket örökjáradéknak nevezzük.)
- Mit nevezünk arbitrázsnak? Ismertesd az arbitrázsmentes árazást a diszkontáláson keresztül!
- Ismertesd az részvényre szóló európai típusú vételi (call) opciót! Milyen részvényárfolyam-mozgás esetén lehet nyerni rajta? Mennyi pénzt kap az opció tulajdonosa lejártakor?
- Vegyünk egy részvényt, mely jelenleg *100$* és *0,5* valószínűséggel egy év múlva *120$*-ra növekszik az értéke, s ugyanekkora valószínűséggel eshet le *80$*-ra. Mennyit fizessünk egy *110$* kötési árfolyamú opcióért *5%*-os kamatláb mellett, ha azt szeretnénk, hogy átlagosan *0* forintot nyerjen valaki azzal, hogy megvásárolja az opciót? (Ne feledjük, hogy az opciós jogból származó esetleges nyereséget a jövőben kapjuk meg, így számolni kell a pénz időértékével is!) Oldjuk meg abban az általános esetben is a feladatot, amikor kezdetben a részvényár S, majd p valószínűséggel uS, $1-p$ valószínűséggel dS-re módosul a részvény ára ($u>1>d$), valamint a kötési ár K, illetve a kamatláb r (nem százalékban kifejezve)!
- Árazzuk a fenti opciót egy másik módszerrel is: készítsünk egy olyan portfóliót, mely az alábbi két termékből áll: x db részvényt veszünk és y $-t helyezünk a bankba, mindezt a jelenben. (Mindkét esetben megengedünk tört és negatív értékeket is. A negatív értékek interpretációja x esetén short ügylet, y esetén hitelfelvétel.) Válasszuk meg x és y értékét úgy, hogy akár fel-, akár lemegy a részvényár, akkor is ugyanannyit érjen a portfóliónk, mint az opció! Ennek segítségével adjunk arbitrázsmentes árazást a fenti opcióra általános esetben! Ugyanazt a választ kaptuk ekkor, mint a 6-os pontban? Ha nem, a két árazás közül melyik tűnik helyesnek?
- Nevezzük q-t kockázatmentes valószínűségnek, ha rendelkezik az alábbi tulajdonsággal: amennyiben a 6-os pont technikája szerint árazzuk be az opciónkat

úgy, hogy úgy teszünk, mintha valójában q valószínűséggel menne fel uS-re a részvényár, s $1-q$ valószínűséggel menne le dS-re, akkor ugyanazt az árat kapjuk, mintha a 7-es pont szerint arbitrázs mentesen áraztuk volna be az opciót. Adj képletet q-ra u, d és r segítségével, s lásd be, hogy q megválasztása független p-től. Miért furcsa ez?

Ajánlott irodalom:

A. Brealey Richard, C. Myers Stewart: Modern vállalati pénzügyek, 2. és 3. fejezet (Digitális Tankönyvtárban elérhető)

Baxter Martin – Rennie Andrew: Pénzügyi kalkulus, 1. 2.1 és 2.2-es fejezet (Typotex e-könyv változatnál a bevezető és az első fejezet 240 forintért megvehető.)